Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa A.A. 2009-2010
Esame del 22/06/2011

Nome .... **Cognome** ....
Matricola ....../.................

1. (4 punti) Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\min z = kx_1 + 2kx_2 + (k+7)x_3 + 10x_5$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = k+3$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_6 = k-6$$
$$x_1>=0,\ x_2>=0,\ x_3>=0,\ x_4>=0,\ x_5>=0,\ x_6>=0$$

Determinare il range di valori di k per cui la base B={1,6} sia ammissibile e ottima.

2. (5 punti) Dato un problema di programmazione lineare in forma standard di minimo del tipo: $min\{c^t x : Ax = b, x \geq 0\}$ dove A è una matrice a rango pieno di dimensione mxn (m<<n) ed i vettori c, x e b sono delle appropriate dimensioni. Esiste sempre una soluzione basica tale che il valore ottimo sia finito? Argomentare la risposta data.

3. Dato il seguente problema (P) di programmazione lineare:

$$\max z= 2x_1+2x_2-3x_3$$
$$2x_1 +4x_2 +x_3 <= 2$$
$$4x_1 + 2x_2 +x_3 <= 3$$
$$x_1 >=0,\ x_2 >=0,\ x_3>=0$$

sia x^t = [2/3 1/6 0] una soluzione ottima per (P).

(a) (3 punti) Determinare se la soluzione data è una soluzione basica ed in caso affermativo individuare la base associata.
(b) (2 punti) Costruire il duale (D) di (P).
(c) (5 punti) Risolvere (D) a partire dalla soluzione ottima data ed applicando le relazioni degli scarti complementari

4. Dato il seguente problema (P) di programmazione lineare :

$$\max z= x_1 - x_2$$

$$-2x_1 -x_2 = 2$$
$$x_1 + 2x_2 <=2$$
$$x_2 >=0$$

a. (3 punti) Risolvere il problema (P) graficamente, rappresentando la regione ammissibile e determinando il punto di ottimo.
b. (3 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo per cui l'ottimo risulti non unico.

5. (3 punti) Dati i seguenti vettori A=(4,1,2), B=(7, -8, 0), C=(4, 1, 3) determinare un nuovo vettore D che risulti combinazione convessa dei tre vettori dati.

6. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\max z = 5x_1 + 10x_2 + x_3 + 10x_4$$
$$4x_1 + x_2 + 8x_3 \geq 33$$
$$7x_1 - 5x_2 + 6x_4 \leq 30$$
$$x_1 - 5x_3 + 6x_4 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \text{ n.v.},\ \ x_3 \leq 0\ \ x_4 \leq 0$$

a. (2 punti) Riscrivere il problema in forma standard di minimo
b. (2 punti) Scrivere il duale del problema dato