Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 12/07/2012

Nome .... **Cognome** ... .
Matricola ....

1. (5 punti) Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando l'algoritmo del simplesso:

$$\max 2x_1 + x_2 + 3x_3$$
$$s.t.$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$
$$2x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 12$$
$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0 \; x_3 \geq 0$$

2. Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

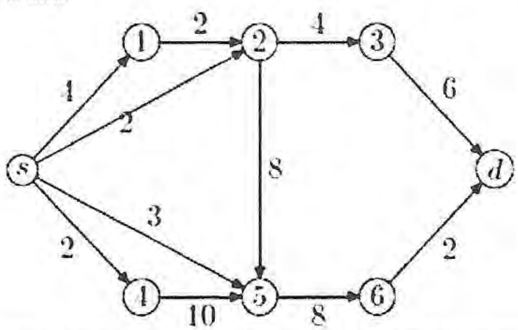
$$\max z = 2x_1 - x_2$$
$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$
$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$
$$x_1 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0 \; x_2 \geq 0$$

   a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema dato, disegnando la regione ammissibile, individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
   b) (2 punti) Aggiungere un vincolo al problema dato in modo da rendere il problema inammissibile.
   c) (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che l'ottimo del problema sia finito e non unico.

3. Con riferimento al problema di programmazione lineare del punto precedente:
   a) (3 punti) Si riscriva il problema applicando il teorema della rappresentazione.
   b) (3 punti) Si risolva il nuovo problema ottenuto e si commenti la relazione tra la soluzione ottima dei due problemi.

4. (4 punti) Si consideri il grafo orientato in figura, dove i valori su ogni arco indicano la capacità dell'arco. Determinare il massimo flusso che può essere spedito dal nodo origine s al nodo destinazione d attraverso un opportuno algoritmo. Illustrare il procedimento ed il corrispondente taglio di capacità minima.



5. (4 punti) Sia $G = (V, A)$ un grafo orientato, dove V è l'insieme dei vertici ed A è l'insieme degli archi e dove ad ogni arco (i,j) è associata una capacità u_{ij} . Siano s e t rispettivamente un nodo sorgente ed un nodo destinazione individuati su G. Dimostrare che il valore di un qualunque flusso ammissibile da s a t è minore o uguale alla capacità di un qualunque taglio.

6. Sia dato il seguente problema di programmazione lineare.

$$\max z = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4.$$
$$3x_1 + 5x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 \leq 4$$
$$2x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + 5x_4 \geq \frac{8}{3}$$
$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 n.v \; x_2 \leq 0 \;\; x_3 \geq 0 \; x_4 \leq 0$$

   a) (2 punti) Si riscriva il problema in forma standard di minimo.
   b) (2 punti) Si scriva il problema duale del problema dato.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 12/07/2012

Nome .... **Cognome** ... .
Matricola ....

1. (5 punti) Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando l'algoritmo del simplesso:

$$\max x_1 - 2x_2 + 3x_3$$
$$s.t.$$
$$x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2$$
$$3x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 6$$
$$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0\ x_3 \geq 0$$

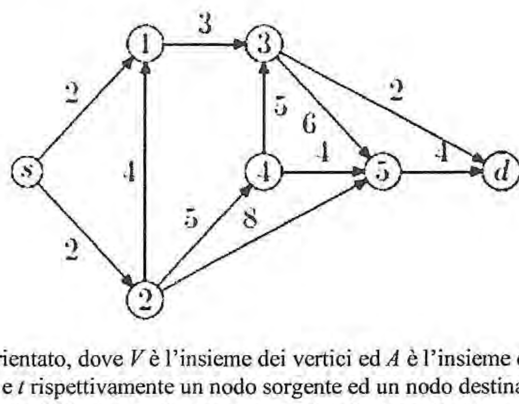
2. Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\min z = 2x_1 + x_2$$
$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$
$$-2x_1 + x_2 \leq 4$$
$$x_2 \geq 1$$
$$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0$$

a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema dato, disegnando la regione ammissibile, individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
b) (2 punti) Aggiungere un vincolo al problema dato in modo da rendere il problema inammissibile.
c) (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che l'ottimo del problema sia finito e non unico.

3. Con riferimento al problema di programmazione lineare del punto precedente:
   a) (3 punti) Si riscriva il problema applicando il teorema della rappresentazione.
   b) (3 punti) Si risolva il nuovo problema ottenuto e si commenti la relazione tra la soluzione ottima dei due problemi.

4. (4 punti) Si consideri il grafo orientato in figura, dove i valori su ogni arco indicano la capacità dell'arco. Determinare il massimo flusso che può essere spedito dal nodo origine s al nodo destinazione d attraverso un opportuno algoritmo. Illustrare il procedimento ed il corrispondente taglio di capacità minima.



5. (4 punti) Sia $G = (V, A)$ un grafo orientato, dove V è l'insieme dei vertici ed A è l'insieme degli archi e dove ad ogni arco (i,j) è associata una capacità u_{ij} . Siano s e t rispettivamente un nodo sorgente ed un nodo destinazione individuati su G. Dimostrare che il valore di un qualunque flusso ammissibile da s a t è minore o uguale alla capacità di un qualunque taglio.

6. Sia dato il seguente problema di programmazione lineare.

$$\max z = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4.$$
$$3x_1 + 5x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 \leq 4$$
$$2x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + 5x_4 \geq \frac{8}{3}$$
$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$
$$x_1 \geq 0\ x_2\ n.v\ \ x_3 \geq 0\ x_4 \leq 0$$

a) (2 punti) Si riscriva il problema in forma standard di minimo.
b) (2 punti) Si scriva il problema duale del problema dato.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 12/07/2012

Nome .... **Cognome** ... .
Matricola ....

1. (5 punti) Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando l'algoritmo del simplesso:

$$\begin{gathered} \max 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 \\ s.t. \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 \le 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \le 1 \\ x_1 \ge 0 \; x_2 \ge 0 \; x_3 \ge 0 \end{gathered}$$

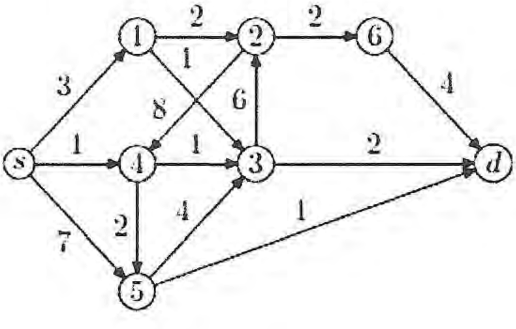
2. Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{gathered} \max z = x_1 + x_2 \\ 2x_1 - x_2 \ge 4 \\ x_1 + 4x_2 \le 10 \\ x_2 \ge 1 \\ \\ x_1 \ge 0 \; x_2 \ge 0 \end{gathered}$$

a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema dato, disegnando la regione ammissibile, individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
b) (2 punti) Aggiungere un vincolo al problema dato in modo da rendere il problema inammissibile.
c) (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che l'ottimo del problema sia finito e non unico.

3. Con riferimento al problema di programmazione lineare del punto precedente:
a) (3 punti) Si riscriva il problema applicando il teorema della rappresentazione.
b) (3 punti) Si risolva il nuovo problema ottenuto e si commenti la relazione tra la soluzione ottima dei due problemi.

4. (4 punti) Si consideri il grafo orientato in figura, dove i valori su ogni arco indicano la capacità dell'arco. Determinare il massimo flusso che può essere spedito dal nodo origine s al nodo destinazione d attraverso un opportuno algoritmo. Illustrare il procedimento ed il corrispondente taglio di capacità minima.



5. (4 punti) Sia $G = (V, A)$ un grafo orientato, dove V è l'insieme dei vertici ed A è l'insieme degli archi e dove ad ogni arco (i,j) è associata una capacità u_{ij} . Siano s e t rispettivamente un nodo sorgente ed un nodo destinazione individuati su G. Dimostrare che il valore di un qualunque flusso ammissibile da s a t è minore o uguale alla capacità di un qualunque taglio.

6. Sia dato il seguente problema di programmazione lineare.

$$\begin{gathered} \min z = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4. \\ 3x_1 + 5x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 \le 4 \\ 2x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + 5x_4 \ge \frac{8}{3} \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ \\ x_1 \ge 0 \; x_2 \, n.v \;\; x_3 \ge 0 \; x_4 \le 0 \end{gathered}$$

a) (2 punti) Si riscriva il problema in forma standard di minimo.
b) (2 punti) Si scriva il problema duale del problema dato.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 12/07/2012

Nome .... **Cognome** ... .
Matricola ....

1. (5 punti) Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando l'algoritmo del simplesso:

$$\max 4x_1 + 2x_2 + 6x_3$$
$$s.t.$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$
$$2x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 12$$
$$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0\ x_3 \geq 0$$

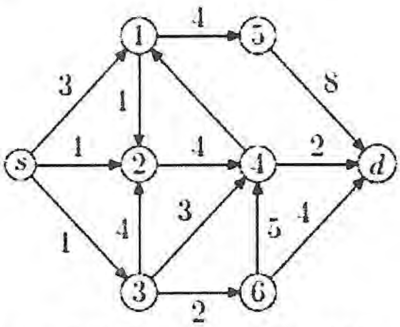
2. Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\max z = 3x_1 + x_2$$
$$x_1 + 4x_2 \leq 9$$
$$x_1 \leq 8$$
$$x_2 \leq 2$$
$$x_1 \geq 0\ x_2 \geq 0$$

a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema dato, disegnando la regione ammissibile, individuando il punto di ottimo ed il valore ottimo.
b) (2 punti) Aggiungere un vincolo al problema dato in modo da rendere il problema inammissibile.
c) (2 punti) Determinare una nuova funzione obiettivo tale che l'ottimo del problema sia finito e non unico.

3. Con riferimento al problema di programmazione lineare del punto precedente:
   a) (3 punti) Si riscriva il problema applicando il teorema della rappresentazione.
   b) (3 punti) Si risolva il nuovo problema ottenuto e si commenti la relazione tra la soluzione ottima dei due problemi.

4. (4 punti) Si consideri il grafo orientato in figura, dove i valori su ogni arco indicano la capacità dell'arco. Determinare il massimo flusso che può essere spedito dal nodo origine *s* al nodo destinazione *d* attraverso un opportuno algoritmo. Illustrare il procedimento ed il corrispondente taglio di capacità minima.



5. (4 punti) Sia $G = (V, A)$ un grafo orientato, dove V è l'insieme dei vertici ed A è l'insieme degli archi e dove ad ogni arco (i,j) è associata una capacità u_{ij}. Siano s e t rispettivamente un nodo sorgente ed un nodo destinazione individuati su G. Dimostrare che il valore di un qualunque flusso ammissibile da s a t è minore o uguale alla capacità di un qualunque taglio.

6. Sia dato il seguente problema di programmazione lineare.

$$\min z = x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4.$$
$$3x_1 + 5x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 \leq 4$$
$$2x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + 5x_4 \geq \frac{8}{3}$$
$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 1$$
$$x_1 n.v\ x_2 \leq 0\ \ x_3 \geq 0\ x_4 \leq 0$$

a) (2 punti) Si riscriva il problema in forma standard di minimo.
b) (2 punti) Si scriva il problema duale del problema dato.