Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 10/07/2013

Nome .... **Cognome** ....
Matricola ....

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{gathered} max\, 6x_2 + 8x_3 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 \geq -4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq -8 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

(a) (3 punti) Si scriva la formulazione duale del problema dato.
(b) (4 punti) Si risolva graficamente il problema duale individuando la soluzione ottima e il valore ottimo
(c) (3 punti) Si individui il valore delle variabili decisionali per la soluzione ottima del problema primale corrispondente alla soluzione ottima del problema duale trovata al punto b.

2. (5 punti) Si applichi il simplesso per risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{gathered} \max -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

3. (5 punti) Si risolva con un opportuno algoritmo il seguente problema di programmazione lineare per il problema del trasporto, indicando il valore ottimo delle variabili ed il valore ottimo della funzione obiettivo:

$$\begin{gathered} \min 35x_{11} + 7x_{12} + 36x_{13} + 9x_{14} + 33x_{21} + 25x_{22} + x_{23} + 10x_{24} + 42x_{31} + 7x_{32} + 4x_{33} + 8x_{34} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 15 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 35 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 25 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 15 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20 \\ x_{ij} \geq 0\ \forall i\ \forall j \end{gathered}$$

4. (3 punti) Dati i vettori $(1, -1,\ 3)$, $\left(h, -h, \frac{2h+1}{3}\right)$ e $(2, 1, 2h)$ sostituire h con l'ultima cifra diversa da zero della propria matricola e stabilire se il vettore $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{13}{9}\right)$ è una combinazione convessa dei tre vettori dati.

5. Sia dato l'insieme P definito dal seguente sistema:

$$\begin{gathered} x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_2 \leq 3 \\ x_3 \leq 1 \\ x_i \geq k \end{gathered}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Sia $k < 0$. P non è un poliedro.
(b) Sia $k = 0$. P è un poliedro ed ha infiniti vertici.
(c) Sia $k = 0$. P è un poliedro ed il punto $x = (0,0,1)$ ammissibile.
(d) Sia $k \geq 0$. P è un poliedro e non contiene rette.

6. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile non contiene semirette. Dire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile o è vuota o è limitata.
(b) Se il problema è illimitato inferiormente, allora la regione ammissibile può essere vuota.
(c) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente illimitata.
(d) Se il problema ha almeno una soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente non vuota.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 10/07/2013

Nome .... **Cognome** ....
Matricola ....

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{gathered} \min 20x_2 + 8x_3 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq -4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 \leq -8 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

(a) (3 punti) Si scriva la formulazione duale del problema dato.
(b) (4 punti) Si risolva graficamente il problema duale individuando la soluzione ottima e il valore ottimo
(c) (3 punti) Si individui il valore delle variabili decisionali per la soluzione ottima del problema primale corrispondente alla soluzione ottima del problema duale trovata al punto b.

2. (5 punti) Si applichi il simplesso per risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{gathered} \max 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 \leq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

3. (5 punti) Si risolva con un opportuno algoritmo il seguente problema di programmazione lineare per il problema del trasporto, indicando il valore ottimo delle variabili e il valore ottimo della funzione obiettivo:

$$\begin{gathered} \min 5x_{11} + 7x_{12} + 6x_{13} + 9x_{14} + 3x_{21} + 5x_{22} + x_{23} + 7x_{24} + 6x_{31} + 7x_{32} + 4x_{33} + 8x_{34} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 15 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 35 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 25 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 15 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20 \\ x_{ij} \geq 0 \; \forall i \; \forall j \end{gathered}$$

4. (3 punti) Dati i vettori $(1, -1, 3)$, $\left(\mathrm{h}, -\mathrm{h}, \frac{2\mathrm{h}+1}{3}\right)$ e $(2\mathrm{h}, 0, 1)$ sostituire h con l'ultima cifra diversa da zero della propria matricola e stabilire se il vettore $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{13}{9}\right)$ è una combinazione convessa dei tre vettori dati.

5. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile è non vuota e non contiene semirette. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile necessariamente non ha vertici.
(b) Se la regione ammissibile è illimitata il problema sicuramente non ha soluzione.
(c) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente illimitata.
(d) La regione ammissibile del problema ha sicuramente vertici.

6. In un'iterazione del metodo del simplesso, non sono soddisfatti né il test di ottimalità né quello di illimitatezza. . Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Viene generata sicuramente una nuova base distinta da quella corrente.
(b) Viene generato sicuramente un nuovo vertice distinto da quello corrente.
(c) Se la base corrente è degenere viene sicuramente generata una nuova base in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito.
(d) Se la base corrente è non degenere viene sicuramente generato un nuovo vertice in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 10/07/2013

Nome .... **Cognome** ....
Matricola ....

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{gathered} \min 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 \leq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

(a) (3 punti) Si scriva la formulazione duale del problema dato.
(b) (4 punti) Si risolva graficamente il problema duale individuando la soluzione ottima e il valore ottimo
(c) (3 punti) Si individui il valore delle variabili decisionali per la soluzione ottima del problema primale corrispondente alla soluzione ottima del problema duale trovata al punto b.

2. (5 punti) Si applichi il simplesso per risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{gathered} min -12x_1 + 20x_2 + 8x_3 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq -4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 \leq -8 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{gathered}$$

3. (5 punti) Si risolva con un opportuno algoritmo il seguente problema di programmazione lineare per il problema del trasporto, indicando il valore ottimo delle variabili e il valore ottimo della funzione obiettivo:

$$\begin{gathered} \min 25x_{11} + 17x_{12} + 26x_{13} + 23x_{14} + 23x_{21} + 15x_{22} + 20x_{23} + 20x_{24} + 22x_{31} + 17x_{32} + 24x_{33} + 18x_{34} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 15 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 35 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 25 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 15 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20 \\ x_{ij} \geq 0\ \forall i\ \forall j \end{gathered}$$

4. (3 punti) Dati i vettori $(1, -1,\ 3)$, $\left(h, -h, \frac{2h+1}{3}\right)$ e $(1, h, 1)$ sostituire h con l'ultima cifra diversa da zero della propria matricola e stabilire se il vettore $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{13}{9}\right)$ è una combinazione convessa dei tre vettori dati.

5. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile è non vuota e non contiene semirette. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile necessariamente non ha vertici
(b) Se la regione ammissibile è illimitata il problema sicuramente non ha soluzione.
(c) Se il problema non ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente illimitata
(d) La regione ammissibile del problema ha sicuramente vertici.

6. Sia data una soluzione di base $\underline{x}$ di un problema di PL (in forma standard di minimo). Si supponga che le variabili x_1, x_2, x_7 siano in base mentre le variabili x_4, x_6, x_5, x_3 sono fuori base. Il valore della funzione obiettivo in $\underline{x}$ è 7 ed i coefficienti di costo ridotto sono (0,-1,1,3). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) La soluzione di base corrente soddisfa il criterio di ottimalità.
(b) Una variabile candidata ad entrare in base x_3
(c) Le variabili candidate ad entrare in base sono x_4, x_5
(d) La successiva base sarà sicuramente degenere.

Università degli Studi di Salerno. Corso di Laurea in Informatica.
Corso di Ricerca Operativa
Esame del 10/07/2013

Nome .... **Cognome** ....
Matricola ....

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{gathered}\max 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 \leq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0\end{gathered}$$

(a) (3 punti) Si scriva la formulazione duale del problema dato.
(b) (4 punti) Si risolva graficamente il problema duale individuando la soluzione ottima e il valore ottimo
(c) (3 punti) Si individui il valore delle variabili decisionali per la soluzione ottima del problema primale corrispondente alla soluzione ottima del problema duale trovata al punto b.

2. (5 punti) Si applichi il simplesso per risolvere il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{gathered}min -9x_1 + 20x_2 + 8x_3 \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq -4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 2x_3 \leq -8 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0\end{gathered}$$

3. (5 punti) Si risolva con un opportuno algoritmo il seguente problema di programmazione lineare per il problema del trasporto, indicando il valore ottimo delle variabili e il valore ottimo della funzione obiettivo:

$$\begin{gathered}\min 15x_{11} + 17x_{12} + 16x_{13} + 22x_{14} + 13x_{21} + 15x_{22} + 10x_{23} + 10x_{24} + 15x_{31} + 17x_{32} + 14x_{33} + 18x_{34} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 15 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 35 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 25 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 15 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20 \\ x_{ij} \geq 0 \ \forall i \ \forall j\end{gathered}$$

4. (3 punti) Dati i vettori $(1, -1,\ 3)$, $\left(h, -h\,, \frac{2h+1}{3}\right)$ e $(0{,}2h, 1)$ sostituire h con l'ultima cifra diversa da zero della propria matricola e stabilire se il vettore $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{13}{9}\right)$ è una combinazione convessa dei tre vettori dati.

5. Sia dato un problema di PL la cui regione ammissibile è non vuota e non contiene semirette. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Se il problema ha soluzione illimitata, allora la regione ammissibile necessariamente non ha vertici.
(b) Se la regione ammissibile è illimitata il problema sicuramente ha infiniti punti di ottimo.
(c) Se il problema ha soluzione ottima, allora la regione ammissibile è sicuramente limitata
(d) La regione ammissibile del problema ha sicuramente vertici.

6. In un'iterazione del metodo del simplesso, non sono soddisfatti né il test di ottimalità né quello di illimitatezza. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false: [+1 punto per ogni risposta giusta, -1 punto per ogni risposta sbagliata]:

(a) Viene generata sicuramente una nuova base distinta da quella corrente.
(b) Viene generato sicuramente un nuovo vertice distinto da quello corrente.
(c) Se la base corrente è degenere viene sicuramente generata una nuova base in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito.
(d) Se la base corrente è non degenere viene sicuramente generato un nuovo vertice in cui il valore della funzione obiettivo è diminuito.