

Matematica Discreta e Logica Matematica
CdL in Informatica, Facoltà di Scienze MM. FF. NN.
Università degli Studi di Salerno
A.A. 2008/2009
Esercitazione Intercorso di Algebra Lineare

Esercizio 1. Considerare le matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -5/2 & 2 & 3/2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9/4 & -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 11/4 & -5/2 & 2 \end{pmatrix}$$

e verificare mediante il prodotto righe per colonne che $A^2 \stackrel{\text{def}}{=} A \cdot A$ è la matrice inversa di B . Quindi discutere l'invertibilità di A senza calcolarne il determinante.

Esercizio 2. Discutere l'invertibilità della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 0 & 1/3 & 4/3 \\ 1 & -1/3 & 2/3 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & -2/3 & 0 \\ 3 & -1/3 & 4/3 & 7/3 & 2/3 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. Risolvere il seguente sistema con il metodo di Cramer, se possibile, altrimenti, argomentando la scelta, ricorrere al metodo di eliminazione di Gauss.

$$S : \begin{cases} -x + z = 1 \\ -\frac{5}{2}x + 2y + \frac{3}{2}z = -1/2 \\ -x + 2y + z = 1 \end{cases}.$$

Esercizio 4. Considerare il sistema

$$S : \begin{cases} -u - \sqrt{2}w + z = -2 \\ \sqrt{2}u + 2w + x - y = 0 \\ x - y + \sqrt{2}z = -2\sqrt{2} \\ -u - \sqrt{2}w - \sqrt{2}x + \sqrt{2}y - z = 2 \end{cases}$$

e studiarne la compatibilità mediante il teorema di Rouché–Capelli. Quindi determinare nell'ordine 1) il “numero di soluzioni di S ” 2) un sistema ridotto equivalente ad S , 3) l'insieme $\text{Sol}(S)$ delle soluzioni di S , 4) una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato ad S (suggerimento: ricordare che una base per lo spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo si può determinare assegnando opportuni valori ai parametri che compaiono nell'espressione per la generica soluzione).