

**Esempi domande – Calcolo Autovalori –
A.A. 2008-2009**

1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 & 3 \\ -7 & -3 & -8 & -4 \\ -4 & -6 & -1 & -2 \\ 8 & 6 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

- a. determinare l'autovalore di modulo massimo con accuratezza relativa pari a 10^{-4} , 10^{-7} , 10^{-10} , eps, utilizzando il metodo delle potenze.
- b. Per ciascuna accuratezza riportare in una tabella: l'autovalore, la stima dell'errore (assoluto o relativo), il numero di iterazioni effettuate, la complessità computazionale (*per quest'ultimo valore assumere che ad ogni ciclo si impiegano $n*n$ operazioni per il prodotto matrice*vettore, dove n è la dimensione della matrice*).

2. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 8 \\ 9 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

- a. determinare l'autovalore di modulo massimo con accuratezza relativa pari a 10^{-4} , 10^{-7} , 10^{-10} , eps, utilizzando il metodo delle potenze.
- b. Per ciascuna accuratezza riportare in una tabella: l'autovalore, la stima dell'errore (assoluto o relativo), il numero di iterazioni effettuate, la complessità computazionale (*per quest'ultimo valore assumere che ad ogni ciclo si impiegano $n*n$ operazioni per il prodotto matrice*vettore, dove n è la dimensione della matrice*).

3. Calcolare tutti gli autovalori delle matrici date negli esercizi 1. e 2. utilizzando la fattorizzazione QR:

- a. determinare gli autovalori con accuratezza relativa pari a 10^{-3} , 10^{-6} , 10^{-10} , eps.
- b. Per ciascuna accuratezza riportare in una tabella: gli autovalori, la stima dell'errore (assoluto o relativo), il numero di iterazioni effettuate.

4. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 2 & -6 & 1 \\ 3 & 1 & 8 \end{pmatrix},$$

si conoscono le seguenti approssimazioni dei tre autovalori:
-6, 5, 9.

- a) Migliorare, con uno degli algoritmi del corso, le approssimazioni degli autovalori, per una precisione relativa pari a 10^{-9} .
 - b) Riportare i tre autovalori con le corrispondenti stime di errore, trovate con l'algoritmo in una tabella.
 - c) Calcolare gli autovalori con il comando Matlab 'eig'.
 - d) Assumendo che gli autovalori calcolati con Matlab siano quelli 'veri', calcolare l'errore assoluto (o relativo) vero per ciascun autovalore determinato al punto a).
 - e) Confrontare gli errori veri del punto d) con le stime di errore del punto b) e commentare.
5. Localizzare gli autovalori delle matrici degli esercizi precedenti con il teorema dei cerchi di Gerschgorin, e verificare che gli autovalori siano all'interno delle regioni determinate dal teorema.