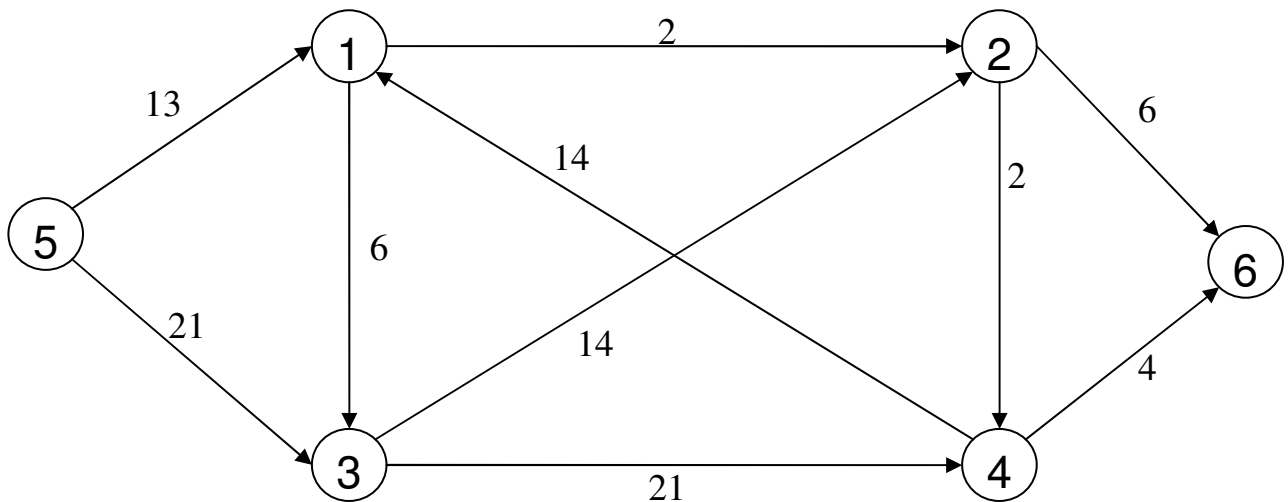


## Esame del 23/02/2006

1. Dato il grafo in figura, determinare l'albero ricoprente di peso minimo. Scrivere il procedimento descrivendo i grafi intermedi utilizzati.



2. Scrivere il modello matematico del problema del massimo flusso relativo al grafo dell'esercizio 1 con nodo sorgente il nodo 5 e nodo pozzo il nodo 6.
3. Considerare il seguente insieme di disequazioni:

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 5 \\ x_1 + x_2 &\leq 6 \\ -x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- a) Determinare una funzione obiettivo di massimizzazione che abbia ottimo unico
- b) Determinare una funzione obiettivo di massimizzazione che abbia infiniti punti di ottimo
- c) Rendere aperta la regione ammissibile individuata dalle disequazioni
- d) Calcolare le direzioni estreme della regione aperta individuata al punto c.
4. Scrivere il duale del seguente problema di programmazione lineare:

$$\min -x_1 + 34x_2 + x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &\leq 3 \\ -23x_1 - 12x_2 + 8x_3 + x_4 &= 7 \\ x_2 + x_3 &= 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 &\text{ non vincolata} \end{aligned}$$

5. Dato il seguente problema di P.L.

$$\begin{aligned} \min z &= -4x_1 - 3x_2 \\ -6x_1 + 2x_2 &\leq 14 \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 32 \\ x_1 &\geq 0, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

Dopo averlo trasformato in forma standard, verificare se la soluzione di base  $B=\{1, 2\}$ ,  $N=\{3, 4\}$  è ottima ed unica.

6. Dato il seguente sistema di vincoli lineari:

$$\begin{aligned} -6x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 &= 14 \\ 8x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 &= 32 \\ x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Ed il seguente insieme di indici di colonna,  $\{1, 2\}$

Verificare se l'insieme di colonne selezionate forma una base ammissibile.