FUNZIONI

① $f: x \in \mathbb{Z} \to |x| + 4 \in \mathbb{N}$

Stabilire se è iniettiva e suriettiva e determinare

(i) $f(\{-7, -2, 0, 1, 2\})$

(ii) $f^{-1}(\{1, 4, 5, 8\})$

② $f: x \in \mathbb{Z} \to \frac{|x|}{2} \in \mathbb{Q}$

Stabilire se è iniettiva e suriettiva e determinare

(i) $f(\{-10, -5, 0, 5, 6, 10\})$

(ii) $f^{-1}(\{-1, 5, 7/5, 20\})$

③ $f: x \in \mathbb{Z} \to -\frac{x}{5} \in \mathbb{Q}$

Stabilire se è iniettiva e suriettiva e determinare

(i) $f(\{-7, -2, -1, 0, 1, 2, 7\})$

(ii) $f^{-1}(\{-\frac{4}{3}, -1, 0, \frac{2}{5}, 20\})$

④ $f: x \in \mathbb{Z} \to |x| + 9 \in \mathbb{Z}$

Stabilire se è iniettiva e suriettiva e determinare

(i) $f(\{-7, -2, -1, 0, 1, 2, 7\}) = \{16, 11, 10, 9\}$

(ii) $f^{-1}(\{-4, -1, 0, 15, 20\}) = \{6, 11\}$

RELAZIONI DI EQUIVALENZA

① $a R b$, $a, b \in \mathbb{Z} \iff a = b$ oppure $a \cdot b = 15$

- Dimostrare che R è una relazione di equivalenza
- Calcolare $[0]_R$, $[1]_R$, $[-3]_R$, $[15]_R$, $[5]_R$
- Stabilire se R è compatibile con $\cdot$ e $+$ in $\mathbb{Z}$

② $a R b$, $a, b \in \mathbb{Z} \iff a = b$ oppure $a \cdot b = 17$

- Dimostrare che R è una relazione di equivalenza
- Calcolare $[0]_R$, $[1]_R$, $[7]_R$, $[17]_R$, $[4]_R$
- Stabilire se R è compatibile con $+$ e $\cdot$ in $\mathbb{Z}$

PRINCIPIO D'INDUZIONE MATEMATICA

Verificare che

1) $1^3 + 2^3 + \dots + m^3 = \dfrac{m^2(m+1)^2}{4} \quad \forall m \geq 1$

2) $m^2 > 2m + 1 \quad \forall m > 2$

3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{m} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{m}{m+1} \quad \forall m \geq 1$

4) $1 + 7 + \dots + (6m-5) = 3m^2 - 2m \quad \forall m \geq 1$

5) $1^2 + 3^2 + \dots + (2m-1)^2 = \dfrac{m(2m-1)(2m+1)}{3} \quad \forall m \geq 1$

6) $2^m > m^2 \quad \forall m > 4$

7) $1 + \dots + m = \dfrac{m(m+1)}{2} \quad \forall m \geq 1$

8) $1^2 + 2^2 + \dots + m^2 = \dfrac{m(m+1)(2m+1)}{6} \quad \forall m \geq 1$