

Matematica Discreta e Logica Matematica
Classe 2: Matricola 1 mod 3
21 novembre 2011

Prova intercorso C

Cognome e Nome Matricola

- 1) Siano A, B, C insiemi. Dimostrare che $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
Dato un insieme S , dare la definizione di operazione interna su S . Sia $T \subseteq S$, quando T è una parte stabile rispetto a un'operazione interna di S ?

Cognome e Nome Matricola

2 Dimostrare che per ogni $n \geq 1$, si ha che $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$.

Cognome e Nome Matricola

3) Si consideri la funzione

$$f : x \in \mathbb{N} \rightarrow \frac{x-8}{2x} \in \mathbb{Q}.$$

Verificare se f è iniettiva e suriettiva. Calcolare, inoltre:

- (i) $f(\{1, 4, 7, 25, 40\})$
- (ii) $f^{-1}(\{-\frac{5}{6}, -\frac{2}{9}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{6}, 2\})$

Cognome e Nome Matricola

- 4) Si consideri la relazione R sull'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi relativi definita, per ogni $a, b \in \mathbb{Z}$, da

$$aRb \text{ se e solo se } a = b \text{ oppure } ab = 21.$$

Dimostrare che R è una relazione d'equivalenza. Determinare

- i)* $[0]_R =$
- ii)* $[1]_R =$
- iii)* $[-3]_R =$
- iv)* $[2]_R =$
- v)* $[-7]_R =$

Cognome e Nome Matricola

5) Considerare le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dimostrare che B è invertibile e calcolare AB^{-1} .

Cognome e Nome Matricola

6) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ -2x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + x_4 = \frac{3}{2} \end{cases},$$

con il metodo di eliminazione di Gauss.

Cognome e Nome Matricola

- 7) Richiamare la definizione di sistemi equivalenti. Sia \mathcal{S} un sistema lineare. Si effettui una trasformazione elementare di I specie sulla matrice completa di \mathcal{S} . Sia \mathcal{S}' il sistema così ottenuto. Dimostrare che \mathcal{S}' è equivalente ad \mathcal{S} .