

Matematica Discreta e Logica Matematica
Classe 2: Matricola 1 mod 3
21 novembre 2011

Prova intercorso B

Cognome e Nome Matricola

- 1) Stabilire la cardinalità dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.

Cognome e Nome Matricola

2 Dimostrare che per ogni $n \geq 0$, si ha che $3^n \geq 1 + 2n$.

Cognome e Nome Matricola

3) Si consideri la funzione

$$f : x \in \mathbb{N} \rightarrow \frac{2x - 3}{12x} \in \mathbb{Q}.$$

Verificare se f è iniettiva e suriettiva. Calcolare, inoltre:

- (i) $f(\{1, 2, 4, 10, 21\})$
- (ii) $f^{-1}(\{-\frac{1}{4}, -\frac{1}{12}, \frac{7}{60}, \frac{3}{20}, \frac{1}{12}\})$

Date le funzioni $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$, si definisca la funzione composta di f e g . Si dimostri che la funzione composta di due funzioni biettive è ancora biettiva.

Cognome e Nome Matricola

- 4) Si consideri la relazione R sull'insieme \mathbb{Z} dei numeri interi relativi definita, per ogni $a, b \in \mathbb{Z}$, da

$$aRb \text{ se e solo se } a = b \text{ oppure } ab = 9.$$

Dimostrare che R è una relazione d'equivalenza. Determinare

- i)* $[0]_R =$
- ii)* $[1]_R =$
- iii)* $[-3]_R =$
- iv)* $[2]_R =$
- v)* $[9]_R =$

Cognome e Nome Matricola

5) Considerare le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dimostrare che A è invertibile e calcolare $A^{-1}B$.

Cognome e Nome Matricola

6) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = 2 \\ x - y - 2z + t = 0 \\ -2y - \frac{3}{2}z + t = -1 \end{cases},$$

con il metodo di eliminazione di Gauss.

Cognome e Nome Matricola

- 7) Richiamare la definizione di determinante e almeno 3 diverse proprietà dello stesso.