

**Matematica Discreta e Logica Matematica**  
CdL in Informatica, Facoltà di Scienze MM. FF. NN.  
Università degli Studi di Salerno  
A.A. 2009/2010  
**Compito d'Esame di Geometria**  
25/01/2010

**Esercizio 1.** Risolvere il sistema lineare

$$S : \begin{cases} 2x + y - u = 2 \\ \frac{1}{2}y - 2z - u = -\frac{5}{2} \\ 2x + 2y - 4z - 3u = -3 \end{cases}$$

con il metodo di eliminazione di Gauss e trovare una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato ad  $S$ .

**Esercizio 2.** Considerare la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

Dimostrare che esiste una matrice invertibile  $M$  di ordine 3, tale che  $M^{-1}AM$  è diagonale. Trovare  $M$ .

**Esercizio 3.** Trovare la dimensione e una base del sottospazio di  $\mathbb{R}^3$  generato dai vettori

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix},$$