

Matematica Discreta e Logica Matematica
CdL in Informatica, Facoltà di Scienze MM. FF. NN.
Università degli Studi di Salerno
A.A. 2009/2010
Compito d'Esame di Geometria
19/02/2010

Esercizio 1. Sia $\varepsilon \in \mathbb{Q}$. Dimostrare che il sistema lineare razionale

$$S_\varepsilon : \begin{cases} -x + 2y - 3z = \frac{1}{3} \\ 2x - \frac{1}{2}y + z = 0 \\ 5x + \frac{1}{2}y + \varepsilon z = 0 \end{cases}$$

è compatibile e può essere risolto con il metodo di Cramer se e solo se $\varepsilon \neq 0$. Infine, risolvere S_1 con il metodo di Cramer.

Esercizio 2. Dimostrare che l'endomorfismo

$$F : \mathbb{R}^3 \ni \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} x_1 & & +\frac{1}{2}x_3 \\ -x_1 & & -\frac{1}{2}x_3 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

non è diagonalizzabile e trovare un sistema massimale di autovettori indipendenti di F .

Esercizio 3. Sia V uno spazio vettoriale e $(v_1, \dots, v_k, v_{k+1})$ un sistema di generatori di V . Dimostrare che se v_{k+1} è combinazione lineare di (v_1, \dots, v_k) , allora (v_1, \dots, v_k) è un sistema di generatori di V .