

**Matematica Discreta e Logica Matematica**  
CdL in Informatica, Facoltà di Scienze MM. FF. NN.  
Università degli Studi di Salerno  
A.A. 2009/2010  
**Compito d'Esame di Geometria**  
08/07/2010

**Esercizio 1.** Trovare la dimensione e una base per lo spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$S : \begin{cases} \frac{1}{3}x_1 & -\frac{1}{3}x_2 & +\frac{1}{9}x_4 & = & 0 \\ & x_2 & -x_3 & -\frac{1}{3}x_4 & = & 0 \\ -3x_1 & +\frac{1}{3}x_2 & +2x_3 & -\frac{1}{3}x_4 & = & 0 \end{cases} .$$

$S$  è un sistema ridotto? Giustificare la risposta.

**Esercizio 2.** Dimostrare che la matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

non è diagonalizzabile. Calcolarne poi autovalori e autovettori.

**Esercizio 3.** Sia  $f : V \rightarrow W$  un'applicazione lineare di spazi vettoriali e  $v_1, \dots, v_k$  vettori indipendenti di  $V$ . Dimostrare che, se  $f$  è iniettiva, allora  $f(v_1), \dots, f(v_k)$  sono vettori indipendenti di  $W$ .