APPUNTI

MATEMATICA LOGICA

$\wedge$

DISCRETA

RIDUZIONE A GRADINI DI GAUSS

REGOLE

I $\quad II + 2I$ $\qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{III-2I} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ $\qquad \begin{pmatrix} 1 & - & - \\ 0 & - & - \\ 2 & - & - \end{pmatrix} III-2I$

II $\quad II \leftrightarrow III$

III $\quad 3\,III$ $\qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{4}II} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ $\qquad \begin{pmatrix} \\ +2 \end{pmatrix} +\frac{1}{2}III$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{I \leftrightarrow II} \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{III-2I} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{III+II} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{4}III} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

PRODOTTO RIGHE X COLONNE

$$A \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\frac{5}{2} & 2 & \frac{3}{2} \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B \begin{pmatrix} 9/4 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 11/4 & -5/2 & 2 \end{pmatrix} \qquad A^2 \cdot B = ?$$

$$A^2 \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -4 & 7 & 2 \\ -5 & 6 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ \hline \frac{5}{2} & -5 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 4 & 3 \\ -\frac{5}{2} & 3 & \frac{3}{2} \\ \hline -1 & -5 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{5-3-10}{2} \\ \\ \frac{-5-6+3}{2} \end{array} \qquad A^2B \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

PER SOTTRARRE UNA MATRICE DA UN'ALTRA SI SOTTRAE OGNI ELEMENTO DAL CORRISPONDENTE

$A^3 - A^2 - 2A = ?$

$A \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $\quad A^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{ccc} 4 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & -8 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & -6 \\ -8 & -2 & 12 \\ -4 & 0 & 3 \\ -4 & -2 & 9 \end{array}$

$A^3 \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -8 & 0 & -8 \\ 10 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ $\begin{array}{ccc} -4 & 4 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \\ -4 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -6 \\ 8 & -4 & 6 \\ 4 & 0 & -3 \\ 4 & -4 & 9 \end{array}$

$2A \begin{pmatrix} -4 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & -4 \\ 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

$A^3 - A^2 \begin{pmatrix} -4 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & -4 \\ 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ $\quad A^3 - A^2 - 2A \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1/2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$A \cdot B \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{3}{2} & 4 \end{pmatrix}$ $\quad B \cdot A \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

UNA MATRICE QUADRATA È INVERTIBILE PER DEFINIZIONE

$AB = \mathbb{I}_n = BA \qquad B = A^{-1}$

$\mathbb{I}_n \qquad n = 1 \qquad A = (a)$

SE DET=0 OPPURE $a = 0$ A NO INVERTIBILE

SE DET≠0 OPPURE $a \neq 0$ A INVERTIBILE

SI DEFINISCE DETERMINANTE SOLO DI UNA MATRICE QUADRATA

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad (a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21})$

ES

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (1 \cdot -1) - (1 \cdot 1) = -2$

PROPRIETÀ

- 2 RIGHE O COLONNE UGUALI → DET = 0
- MATRICE CON RIGA O COLONNA NULLA → DET = 0
- DET A = DET A^t
- SE SCAMBIO 2 RIGHE IL DET CAMBIA DI SEGNO
- LA SOMMA DI 2 RIGHE = RIGA → DET = 0

SARRUS (SOLO PER MATRICI 3·3)

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix} \xrightarrow{DET} \begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}\begin{matrix}1&2\\4&5\\7&8\end{matrix}$$

$$[(1\cdot5\cdot9)+(2\cdot6\cdot7)+(3\cdot4\cdot8)]-[(3\cdot5\cdot7)+(1\cdot6\cdot8)+(2\cdot4\cdot9)]$$

$$(\backslash\cdot\backslash\cdot\backslash)-(/\cdot/\cdot/)$$

DETERMINANTE := FUNZIONE CHE ASSOCIA AD OGNI MATRICE QUADRATA A UNO SCALARE CHE NE SINTETIZZA ALCUNE PROPRIETÀ ALGEBRICHE

LAPLACE

I TEOREMA

IL DET. DI UNA MATRICE QUADRA A È PARI ALLA SOMMA DEI PRODOTTI DEGLI ELEMENTI DI UNA RIGA QUALSIASI PER I RISPETTIVI COMPLEMENTI ALGEBRICI

ES.

$$A\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&3\\0&4&1\end{pmatrix} \quad \text{ALLA PRIMA RIGA} \rightarrow A\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&3\\0&4&1\end{pmatrix}$$

$$DET\ A=(1)\cdot DET\begin{pmatrix}1&3\\4&1\end{pmatrix}+(-0)\cdot DET\begin{pmatrix}2&3\\0&1\end{pmatrix}+(-1)\cdot DET\begin{pmatrix}2&1\\0&4\end{pmatrix}$$

$$DET\ A=DET\begin{pmatrix}1&3\\4&1\end{pmatrix}+DET\begin{pmatrix}2&1\\0&4\end{pmatrix}\Rightarrow(-11)+(8)=-3$$

II TEOREMA

IL DET DI UNA MATRICE QUADRA A È PARI ALLA SOMMA DEI PRODOTTI DEGLI ELEMENTI DI UNA COLONNA QUALSIASI PER I RISPETTIVI COMPLEMENTI ALGEBRICI

MATRICE **DIAGONALE**

DET = PRODOTTO DEGLI ELEMENTI SULLA DIAGONALE

ES

$$A=\begin{pmatrix}8&7&5\\0&1&9\\0&0&2\end{pmatrix}$$

METODO SARRUS $\begin{pmatrix}8&7&5\\0&1&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{matrix}8&7\\0&1\\0&0\end{matrix}=(16+0+0)-(0+0+0)$

QUIND MATRICE DIAGONALE = PRODOTTO ELEMENTI SULLA DIAGONALE

BINET

$DET(A \cdot B) = DET\ A \cdot DET\ B$

MATRICI INVERTIBILI

A^{-1}

$A \cdot A^{-1} = \mathbb{I}_n$ $\qquad DET(AA^{-1}) = DET\ \mathbb{I}_n = 1$

TEOREMA A INVERTIBILE $\longleftrightarrow DET\ A \neq 0$

$A^{\dagger}$ = TRASPOSTA = RIGHE DIVENTANO COLONNE

$\hat{A}$ = RECIPROCA = (TUTTI DET. DEGLI ELEMENTI IN UNA MATRICE) SENZA LO SCALARE

$$A^{-1} = \frac{\hat{A}^{\dagger}}{DET|A|}$$

ES.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

DET SARRUS $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \\ 1 & -1 \end{matrix}$

$(-40+6)-(16-4) = -46$

DET = -46

$\hat{A} = \begin{pmatrix} \cdot & - & - \\ | & - & - \\ | & - & - \end{pmatrix} = a_{11} \quad \begin{pmatrix} - & \cdot & - \\ - & | & - \\ - & | & - \end{pmatrix} = -a_{12} \quad \begin{pmatrix} - & - & \cdot \\ - & - & | \\ - & - & | \end{pmatrix} = a_{13}$ ECC

$$\hat{A} \begin{pmatrix} -18 & 2 & 4 \\ -11 & 14 & 5 \\ -10 & -4 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A}^{\dagger} = \hat{A} \text{ RIGHE A POSTO DELLE COLONNE} = \begin{pmatrix} -18 & -11 & -10 \\ 2 & 14 & -4 \\ 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\hat{A}^{\dagger}}{DET\ A} = \frac{\begin{pmatrix} -18 & -11 & -10 \\ 2 & 14 & -4 \\ 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}}{-46} = \begin{pmatrix} 9/23 & 11/46 & 5/23 \\ -1/23 & -7/23 & 2/23 \\ -2/23 & -5/46 & 4/23 \end{pmatrix}$$

VERIFICA

$AA^{-1} = \mathbb{I}_n$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9/23 & 11/46 & 5/23 \\ -1/23 & -7/23 & 2/23 \\ -2/23 & -5/46 & 4/23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\frac{18}{23} - \frac{3}{23} + \frac{8}{23} = \frac{23}{23}$

$\frac{22}{46} - \frac{21}{23} + \frac{20}{46} = 0$

SISTEMA LINEARE

DEF

PROBLEMA DEFINITO DA UNA MATRICE A È DA UNA COLONNA B E CONSISTE NEL TROVARE TUTTE LE COLONNE $X \in M$ TALI CHE $A \cdot X = B$ $\qquad X = A^{-1}B$

DOMANDE DA PÒRCI

1. S AMMETTE SOLUZIONE?
2. QUANTE (NESSUNA, 1 OPPURE ∞)?
3. QUALI?

SE S AMETTE SOLUZIONI

S COMPATIBILE

ALTRIMENTI

S INCOMPATIBILE

2 METODI

1) CRAMER (LIMITATO)

2) GAUSS-JORDAN (- ELIMINAZ. GAUSS {RIDURRE A GRADINI})

DIMOSTRAZ.

$A^{-1} \cdot B$ SOLUZ

$A(A^{-1}B) = B$

$(AA^{-1})B = B$

$\mathbb{I} \cdot B = B$ SI

X SOLUZ

$A^{-1} \cdot AX = A^{-1} \cdot B$

$\mathbb{I}X = A^{-1}B$

$X = A^{-1}B$ SI

CRAMER

$$\begin{cases} ax + by + cz = J \\ Dx + Ey + Fz = K \\ Gx + Hy + Iz = L \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ C & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J \\ K \\ L \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{\det\begin{pmatrix} J & B & C \\ K & E & F \\ L & H & I \end{pmatrix}}{\det\begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix}}, \quad y = \frac{\det\begin{pmatrix} A & J & C \\ C & K & F \\ G & L & I \end{pmatrix}}{\det\begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix}}, \quad z = \frac{\det\begin{pmatrix} A & B & J \\ D & E & K \\ G & H & L \end{pmatrix}}{\det\begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix}}$$

(#EQUAZIONI = #INCOGNITE)

$rg = 2$ $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

ELIMINAZIONE DI GAUSS

$S \to S'$

SE $AX=B$ A GRADINI $\overset{DEF}{\Longrightarrow}$ (AB) A GRADINI

$$\begin{cases} x+y+2z+w = 0 \\ x+y+z+2w-t=0 \\ x+y+3w-2t=0 \\ x+y+3z+t=0 \end{cases}$$

$\infty^{n-rg} = \infty^{5-2} = \infty^3$

$(AB)\begin{pmatrix}1&1&2&1&0&0\\1&1&1&2&-1&0\\1&1&0&3&-2&0\\1&1&3&0&1&0\end{pmatrix}$ GAUSS

$$\begin{array}{l} \\ II-I \\ III-I \\ IV-I \end{array}\begin{pmatrix}1&1&2&1&0&0\\0&0&-1&1&-1&0\\0&0&-2&2&-2&0\\0&0&1&-1&1&0\end{pmatrix} -II \begin{pmatrix}1&1&2&1&0&0\\0&0&1&-1&1&0\\0&0&-2&2&-2&0\\0&0&1&-1&1&0\end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ III+2II \\ IV-II \end{array}\begin{pmatrix}1&1&2&1&0&0\\0&0&1&-1&1&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x+y+2z+w=0 \\ z-w+t=0 \end{cases}$$

2 PIVOT

5 INCOGNITE

$$\begin{cases} x+y+2(w-t)+w=0 \\ z=w-t \end{cases}$$

$5-2=3$

∞^3

$$\begin{cases} x=-y-2w-2t-w \\ z=w-t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-y-3w-2t \\ z=w-t \end{cases}$$

$$Sol: \left\{ \begin{pmatrix} -s_1-3s_2-2s_3 \\ s_1 \\ s_2-s_3 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} \text{ con } \infty^3 \; s_1, s_2, s_3 \in \mathbb{R} \right\}$$

DI NOLA

$\cup$ UNIONE

$\cap$ INTERSEZIONE

$\setminus$ SOTTRAZIONE

Δ $\cup - \cap$

$P(A)$ INSIEME DELLE PARTI (TUTTE LE PARTI)

ES. $A=\{1,2,3\}$

$P(A)=\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

$\in$ APPARTIENE

ES. $A=\{0,1,2\}$

$0\in A$ $2\in A$

$\subseteq$ INCLUSIONE

ES. $A=\{0,1,2\}$

$\{0\}\subseteq A$ $\emptyset\subseteq A$

DE MORGAN

$\overline{(A\cup B)} = \bar{A}\cap\bar{B}$

PRINCIPIO DI INDUZIONE

$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2} \quad n\geq 1$

DIMOSTRAZIONE

$1=\frac{1(1+1)}{2} \quad 1=\frac{2}{2} \quad$ VERO

DIMOSTRAZIONE PER N+1

$\underbrace{1+2+\ldots+n}+n+1=\frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$

$\frac{n(n+1)}{2}+(n+1)=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\frac{(n+1)(n+2)}{2}=\frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad$ VERO

$6^0+6^1+\ldots+6^n=\frac{6^{n+1}-1}{5}$

DIM $n=0$

$1=\frac{6-1}{5}=\frac{5}{5} \quad$ VERO

DIM N+1

$\underbrace{6^0+6^1+\ \ +6^n}+6^{n+1}=\frac{6^{n+2}-1}{5}$

$\frac{6^{n+1}-1}{5}+6^{n+1}=\frac{6^{n+2}-1}{5}$

$\frac{6^{n+1}-1+5(6^{n+1})}{5}=//$

$\frac{6(6^{n+1})-1}{5}=//$

$\frac{6^{n+2}-1}{5}=\frac{6^{n+2}-1}{5} \quad$ VERO

$2^n>n^2 \qquad \forall n>4$

$2^5>5^2 \quad V$

$2^{n+1}>(n+1)^2$

$2^{n+1}=2\cdot 2^n>2\cdot n^2=n^2+n^2>n^2+2n+1=(n+1)^2 \quad V$

$n^2>2n+1 \qquad \forall n>2$

$3^2>6+1 \quad V$

$(n+1)^2>2(n+1)+1$

$(n+1)^2=n^2+1+2n>(2n+1)+2n+1>($SOSTITUIAMO $2n+1$ CON IL MINIMO DI N) $>7+2n+1>2n+3=2(n+1)+1$

$6^n>1+5n \qquad n\geq 2$

$36>11 \quad V$

$6^{n+1}>1+5(n+1)$

$6^{n+1}=6\cdot 6^n \rightarrow 6^n>1+5n \rightarrow 6\cdot 6^n>6(1+5n)>1+5(n+1)$

RELAZIONI DI EQUIVALENZA

ES.

$XRY = (X-Y) \quad 8\mathbb{Z}$

RIFLE $XRX = X-X = \quad 8K \quad K \in \mathbb{Z}$

SIMM $\forall x, y \in \mathbb{Z}$

$XRY = X-Y = Y-X$

TRAN $\left.\begin{matrix} XRY \\ YRZ \end{matrix}\right\} XRZ$

$\left.\begin{matrix} X-Y \\ Y-Z \end{matrix}\right\} X-Z \qquad X-Y \; 8K \quad K \in \mathbb{Z}$

$Y-Z \; 8H \quad H \in \mathbb{Z}$

$\underbrace{(X-Y)}_{8K} + \underbrace{(Y-Z)}_{8H} \in \mathbb{Z}$

$\forall a, b \in \mathbb{Z} \quad aRb \Leftrightarrow a=b$ OPPURE $a \cdot b = 50$

R $aRa \quad \forall a \in \mathbb{Z}$? SI

$a = a$

S $\forall a, b \in \mathbb{Z} \rightarrow aRb$? SI

$a=b \rightarrow b=a \quad$ e $\quad a \cdot b = 50 \rightarrow b \cdot a = 50$

$\left.\begin{matrix} aRb \\ bRc \end{matrix}\right\} \longrightarrow aRc$

$aRb \qquad a=b$ OPP. $ab=50$

$bRc \qquad b=c$ OPP. $bc=50$

- $a=b$ e $b=c \longrightarrow a=c$
- $a=b$ e $bc=50 \longrightarrow ac=50$
- $ab=50$ e $b=c \longrightarrow ac=50$
- $ab=50$ e $bc=50 \longrightarrow ab=bc \rightarrow a=c$

$[0]_R = \{x \in \mathbb{Z} \mid xR0\} \quad aRb \Leftrightarrow a=b$ o $ab=50$

$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x=0$ o $x \cdot 0 = 50\} = \{0\}$

$[1]_R = \{x \in \mathbb{Z} \mid xR1\}$

$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x=1$ o $x \cdot 1 = 50\} = \{1, 50\}$

$[-3]_R = \{x \in \mathbb{Z} \mid xR-3\}$

$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x=-3$ o $x \cdot -3 = 50\} = \{-3\}$

$[2]_R = \{x \in \mathbb{Z} \mid xR2\}$

$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x=2$ o $x \cdot 2 = 50\} = \{2, 25\}$

$[25]_R = \{x \in \mathbb{Z} \mid xR25\}$

$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x=25$ o $x \cdot 25 = 50\} = \{2, 25\}$

VITAGLIANO

RANGO

DEF = MAX NUM DI COLONNE INDIPENDENTI DI A

MATRICE NULLA $Rg = 0$

ELSE $Rg \geq 1$

DET MATRICE MINORE ORDINE $2\times2 \neq 0$ $Rg \geq 2$

$3\times3 \neq 0$ $Rg \geq 3$

ECC......

ORLATI

ES.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ NO MATRICE NULLA $RG \geq 1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ DET}=0 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ DET} \neq 0 \quad RG \geq 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ DET}=0 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ DET} \neq 0 \quad \text{ECC...}$$

IN QUESTO CASO TUTTI I DET DEI MINORI ORDINE $3\times3 = 0$ ALLORA $Rg = 2$

METODO VELOCE

IL RANGO DI UNA MATRICE NON CAMBIA PER TRASF ELEMENTI

RG A = # PIVOT A' DOPO GAUSS

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Rg = 2$$

TEOREMA ROUCHÉ-CAPELLI

COMPATIBILITÀ

S è compatibile $\leftrightarrow$ rg A = rg $(A|B)$

QUANTE SOL

S HA ∞^K SOL CON S COMPATIBILE

K = # INCOGNITE − RG A

\# INCOGNITE − RG $(A|B)$

ESISTONO SOLUZIONI SSE RANGO MATRICE COMPLETA = RANGO MATRICE INCOMPLETA