

3-20 Una cassa di massa $m = 100 \text{ kg}$ è posata su un piano orizzontale scabro: il coefficiente di attrito statico relativo è $\mu_S = 0.2$. Si esercita sulla cassa una forza F inclinata di un angolo θ rispetto al piano di appoggio: si calcoli l'angolo θ^* più conveniente se si desidera muovere la cassa esplicando la minima intensità della forza e, corrispondentemente, il valore minimo F^* tale che se $F > F^*$ la cassa si muove.

Rispetto a un asse verticale orientato verso il basso, la componente della forza $F + mg$ è $mg - F \sin \theta$. Affinché la cassa si muova deve essere

$$F \cos \theta > \mu_S (mg - F \sin \theta),$$

cioè

$$F > \frac{\mu_S mg}{\cos \theta + \mu_S \sin \theta}.$$

L'espressione a secondo membro della disuguaglianza precedente come funzione di θ assume valore minimo quando il suo denominatore è massimo; questo avviene per $\tan \theta = \mu_S$ come segue dalla condizione

$$\frac{d}{d\theta} (\cos \theta + \mu_S \sin \theta) = 0. \Rightarrow$$

quindi

$$-\sin \theta + \mu_S \cos \theta = 0 \Rightarrow \mu_S = \tan \theta$$

$$\theta^* = \arctan \mu_S = 0.201 \text{ rad.}$$

$$F^* = \frac{\mu_S mg}{\frac{1}{\sqrt{1+\mu_S^2}} + \frac{\mu_S^2}{\sqrt{1+\mu_S^2}}} = \frac{\mu_S}{\sqrt{1+\mu_S^2}} mg = 192 \text{ N.}$$

formule che legano \sin e \cos con \tan (e quindi con μ_S)

$$\frac{d^2 (\cos \theta + \mu_S \sin \theta)}{d\theta^2} = -(\cos \theta + \mu_S \sin \theta) < 0$$

per θ^*