

Domande esempio per sistemi di equazioni lineari – I parte - (Analisi Numerica A.A. 2008-09)

1. E' data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizzando uno dei codici sviluppati durante il corso, determinare:

- La matrice inversa di A tramite fattorizzazione LU.
- Con la stessa fattorizzazione il determinante della matrice A.
- Descrivere la complessità di tempo asintotica teorica per trovare la fattorizzazione.
- Ricavare il numero di operazioni macchina e per la fattorizzazione e confrontare il risultato con la formula teorica.

2. E' dato il sistema di equazioni $Ax=b$, dove:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Risolvere il sistema con il metodo di eliminazione di Gauss con pivoting parziale.
- Confrontare il risultato ottenuto con quello che si ricava utilizzando il comando Matlab '\'.
• Calcolare gli errori relativi in norma 'infinito' tra le due soluzioni.
- Ricavare il numero di operazioni macchina per la risoluzione del sistema, e confrontarlo col valore previsto dalla teoria.
- Ripetere i punti precedenti utilizzando il pivot totale.

3. E' dato il sistema di equazioni $Ax=b$, dove:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 & 1 \\ 7 & 4 & -1 & 8 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

- Risolvere il sistema mediante l'utilizzo della fattorizzazione $PA=LU$, con pivoting parziale, della matrice A.

- Confrontare il risultato ottenuto con quello che si ricava utilizzando il comando Matlab '\'.
- Calcolare gli errori relativi in norma 'infinito' tra le due soluzioni.
- Ricavare il numero di operazioni macchina per la risoluzione del sistema, e confrontarlo col valore previsto dalla teoria.
- Utilizzando la fattorizzazione LU calcolare l'inversa ed il determinante di A.

4. Sono dati i sistemi di equazione $Ax=b_1$, $Ax=b_2$, $Ax=b_3$, dove:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 & 2 \\ 4 & -3 & 8 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

- Risolverli con un metodo appropriato per contenere la complessità di calcolo.
- Ricavare il numero di operazioni macchina per risolvere tutti i sistemi e confrontare il valore con quello che si ottiene da una stima teorica.
- Tramite il metodo adottato trovare la matrice inversa e il determinante di A.