*Cognome:* ............................. *Nome:*.................... *Classe:*.......... *Matricola:*....................

*(Scrivere tutti i dati richiesti e trascrivere gli stessi su ogni foglio dello svolgimento)*
*(Barrare la seguente casella per pubblicare il solo numero di matricola ☐ )*
*(I quesiti contrassegnati con (F) sono facoltativi)*

---

## Analisi Numerica A.A. 2009-2010

**Quesito A (punti 3)**
Si desidera calcolare una tavola logaritmica di 10 valori di $\log_{10}(x)$ per $x = 0.1, 0.2, 0.3, \dots 1$, utilizzando il seguente codice MATLAB/Octave:

```
x=0.1;
while x~=1
 x
 y=log10(x)
 x=x+0.1;
end
```

1. Trascrivere il codice sopra riportato in MATLAB/Octave ed eseguirlo. Scrivere i 10 valori di $x$ e $\log_{10}(x)$ in una tabella in formato “short”.
2. Scrivere una definizione di precisione macchina per numeri in virgola mobile e discutere le conseguenze sulle operazioni al calcolatore.
3. Discutere eventuali conseguenze della rappresentazione in virgola mobile in relazione al punto 1.

---

**Quesito B (punti 9)** È dato il sistema di equazioni $Ax = b$, con:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 & -4 \\ -2 & -7 & 7 & 2 \\ 2 & 2 & -4 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1+\alpha \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(dove $\alpha$ è l'ultima cifra del numero di matricola).

1. Applicare il metodo SOR alla matrice $A$ e trovare il parametro ottimale $\omega$ che massimizza la velocità di convergenza. Si riporta la matrice di iterazione:
$$B_{SOR} = (D + \omega L)^{-1}[(1-\omega)D - \omega U]$$
dove $D$ è la parte diagonale di $A$, $L$ la triangolare inferiore, $U$ la superiore, per entrambe esclusa la diagonale. La formula iterativa:
$$x^{(k+1)} = B_{SOR}x^{(k)} + \omega(D + \omega L)^{-1}b$$
2. Con il parametro ottimale, calcolare la soluzione con accuratezze relativa $10^{-7}$, eps (scrivere soluzioni, stime dell'errore e numero di iterazioni).
3. Confrontare le soluzioni ottenute con quella che si ottiene col comando Matlab " \ " e calcolare l' errore vero per ciascuna accuratezza. (scrivere i risultati in una opportuna tabella).
4. Enunciare una condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo.
5. Calcolare le soluzioni con il metodo di Jacobi con le stesse accuratezze richieste al punto 2 e confrontare i risultati.
6. (F + 2 punti) Risolvere il sistema con il metodo di eliminazione di Gauss con pivot totale e confrontare il risultato con quello al punto 3.
7. Qual'è l'utilità del pivoting nel metodo di eliminazione di Gauss?

---

**Quesito C (punti 6)** Delle misure effettuate su un esperimento, forniscono i seguenti valori di punti (ascissa, ordinata): $(0, -0.21), (0.57, 5.14), (1.14, 7.42), (1.71, 20.52), (2.28, 27.51), (2.86, 44.87), (3.43, 62.21), (4, 81.13)$. Riportare i punti su un piano cartesiano.

1. Utilizzare il metodo dei minimi quadrati per calcololare i polinomi di approssimazione di grado 1, 2 e 3 sui punti dati. *(Scrivere esplicitamente i polinomi con i coefficienti in formato "short").*
2. Disegnare i tre polinomi *(utilizzare un colore diverso per polinomio)* ed i punti dati. Commentare le approsimazioni ottenute con i polinomi. [chiamare il docente per la verifica a video dei grafici]
3. Illustrare brevemente il metodo dei minimi quadrati.
4. Disegnare la 'spline' sui punti dati e commentare anche in relazione al punto 2. [chiamare il docente per la verifica a video dei grafici]

---

**Quesito D (punti 6)** Sono date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 22 & 4 & -24 \\ 16 & 10 & -24 \\ 16 & 4 & -18 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 13 & 0 & -14 \\ -14 & -1 & 14 \\ 7 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori di modulo massimo e minimo con accuratezza relativa pari a $10^{-3}$,$10^{-9}$, eps, utilizzando il metodo delle potenze.
2. Per ciascuna accuratezza riportare in una tabella: l'autovalore, la stima dell'errore (assoluto o relativo), il numero di iterazioni effettuate. Confrontare i risultati con quelli ottenuti con un comando Matlab.
3. Scrivere la definizione di autovalore e autovettore di una matrice.
4. Illustrare brevemente il metodo delle potenze, e discutere la velocità di convergenza.

---

**Quesito E (punti 6)** Calcolare l' integrale definito $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(x^2)}{5+x^4}\, dx$, con accuratezza assoluta pari a: $10^{-4}, 10^{-9}, 10^{-14}$, utilizzando l'algoritmo adattivo di Cavalieri–Simpson.

1. Riportare in tabella il valore dell' integrale, la stima dell' errore assoluto che viene restituito dall'algoritmo e l'errore vero. (per trovare il risultato esatto avvelersi del comando `Q = QUADL(FUN,A,B,TOL)` ).
2. Confrontare i valori di stima di errore assoluto ed errore vero, e commentare.
3. (F + 2 punti) Ripetere i punti precedenti con l'algoritmo di quadratura dei trapezi non-adattiva, e confrontare i risultati.
4. Illustrare brevemente le formule di Newton–Cotes, spiegando il significato dei pesi, e gli eventuali problemi di convergenza.

---

Esempio tabella:

| Accuratezza richiesta | Valore dell' integrale | Stima errore assoluto | Errore vero assoluto |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |